

Numeri Naturali

- Cenni storici
- Operazioni di somma e prodotto su \mathbb{N} : elemento neutro per somma e prodotto, proprietà commutativa e associativa di somma e prodotto, proprietà distributiva.
- Potenze ad esponente naturale, proprietà delle potenze.
- Divisori e multipli di un numero naturale. Massimo Comun Divisore e Minimo Comune Multiplo.
- Numeri primi e fattorizzazione in primi.

Numeri Interi

- Definizione e significato di opposto, significato dell'operazione di differenza; proprietà di somma e prodotto e struttura di anello commutativo su \mathbb{Z} .
- \mathbb{Z} come ampliamento di \mathbb{N} e sua costruzione a partire dal concetto di opposto.
- Conseguenze dell'esistenza dell'opposto e differenze rispetto a \mathbb{N} : dimostrazione dell'annullamento del prodotto.
- Potenze ad esponente naturale, proprietà delle potenze.
- Numeri primi in \mathbb{Z} e fattorizzazione in primi. M.C.D. e m.c.m.
- Utilizzo delle proprietà di somma e prodotto per il calcolo mentale rapido.

Numeri Razionali

- Frazioni e loro significato, frazioni equivalenti e classi di equivalenza di frazioni.
- Definizione dei numeri razionali.
- Prodotto e somma di numeri razionali e loro proprietà.
- Definizione e significato di inverso, significato dell'operazione di divisione: struttura di campo su \mathbb{Q} .
- \mathbb{Q} come ampliamento di \mathbb{Z} e sua costruzione a partire dal concetto di inverso.
- Conseguenze dell'esistenza dell'inverso e differenze rispetto a \mathbb{Z} : dimostrazione di $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$.
- Confronto fra frazioni.
- Potenze ad esponente intero e loro proprietà, rappresentazione dell'inverso per mezzo delle potenze.
- Numeri periodici e numeri razionali.
- Numeri razionali e numeri irrazionali. Rappresentazione decimale.

Insiemistica e logica

- Insiemi: definizione e rappresentazione.
- Sottoinsiemi.
- Operazioni sugli insiemi (unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano) e loro proprietà.
- Cardinalità di insiemi.
- $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}|$. Metodo diagonale di Cantor.
- Confronto fra la struttura sugli insiemi e quella su \mathbb{N}
- Logica: connettivi logici e quantificatori (cenni).

Calcolo letterale: Monomi

- Calcolo letterale e monomi.
- Riduzione a forma normale.
- Struttura moltiplicativa sull'insieme dei monomi.
- Potenze di monomi.
- Grado di un monomio.
- Multipli e divisori di un monomio.
- Problemi modellabili tramite monomi.

Calcolo letterale: Polinomi

- Somma fra monomi: polinomi.
- Struttura di anello sui polinomi: somma e prodotto, opposto di un polinomio, proprietà delle operazioni di somma e prodotto.
- Grado di un polinomio.
- Multipli e divisori di un polinomio.
- Prodotti notevoli.
- Scomposizione in fattori. Polinomi irriducibili e fattorizzazione. Scomposizione tramite raccoglimento.
- Problemi modellabili tramite polinomi.

Equazioni Lineari

- Le identità e le equazioni
- Insieme di definizione di un'equazione e Insieme delle soluzioni
- Equazioni equivalenti e i principi di equivalenza
- Risoluzione di equazioni lineari in un'incognita
- Equazioni determinate, indeterminate e impossibili. Dipendenza delle soluzioni dal dominio.
- Cenno alla risoluzione di equazioni in un'incognita di grado superiore a 1 tramite annullamento del prodotto

Geometria

- Geometria Euclidea del piano: cenni storici e sistema assiomatico. Assiomi, teoremi, dimostrazioni.
- Assiomatica di Euclide e Hilbert
- Enti primitivi.
- Assiomi di appartenenza e assiomi di ordine.
- Semirette, semipiani, angoli, segmenti, poligoni.
- Assiomi di congruenza per segmenti e angoli.
- Teoremi con dimostrazione:
 - Possibilità di ordinare tre punti distinti allineati.
 - La retta si estende all'infinito
 - Per un punto passano infinite rette
 - Un segmento, e quindi una retta, contiene infiniti punti.
 - Una retta divide il piano in due semipiani.
- Accenno a geometrie non euclidee e geometria nell'Arte
 - Limite del cerchio I, II, III, IV* di M.C. Escher e *Disco* di Poincaré.

Libro di testo:

Sasso, Zanone, *Tutti i colori della Matematica - Edizione BLU - Volume 1*, Petrini Editore

Firenze, 8 giugno 2023