



**LICEO STATALE "NICCOLÒ MACHIAVELLI"**  
[www.liceomachiavelli-firenze.edu.it](http://www.liceomachiavelli-firenze.edu.it)  
Liceo Classico, Liceo Internazionale Linguistico,  
Liceo Internazionale Scientifico  
Liceo delle Scienze Umane, Liceo Economico-Sociale  
Uffici Amministrativi: Via Santo Spirito, 39 – 50125 Firenze  
tel. 055-2396302 - fax 055-219178  
e-mail: [fiis00100r@istruzione.it](mailto:fiis00100r@istruzione.it) - PEC: [fiis00100r@pec.istruzione.it](mailto:fiis00100r@pec.istruzione.it)



Allegato A al Documento del 15 maggio

## **Esami di Stato A.S. 2021/2022**

**CLASSE 5 F**

**INDIRIZZO Internazionale Scientifico**

MATERIA DI INSEGNAMENTO: MATEMATICA

Docente: Stefania Miglio

ore di lezioni settimanali n° 6

### **1. Obiettivi specifici della disciplina**

#### **In termini di competenze:**

- Conoscere ed utilizzare i termini relativi ai contenuti affrontati, cogliendo i caratteri distintivi dei vari linguaggi.
- Riuscire in maniera autonoma ad individuare la possibilità di ottimizzare i processi di calcolo.
- Conoscere la procedura per rappresentare graficamente una relazione algebrica.
- Comprendere il significato globale dell'analisi infinitesimale e delle sue applicazioni alla geometria ed alla fisica.
- Interpretare intuitivamente situazioni geometriche spaziali.
- Analizzare e strutturare un ragionamento utilizzando un linguaggio corretto e rigoroso.
- Esaminare criticamente e sistemare logicamente le conoscenze acquisite.
- Utilizzare metodi, strumenti e modelli matematici in situazioni diverse.
- Riconoscere analogie e differenze tra problemi di natura diversa.
- Usare il metodo scientifico con le operazioni logiche ad esso connesse.

#### **In termini di abilità:**

- Disegnare, in un piano cartesiano, il grafico di una funzione assegnata.
- Saper valutare i risultati delle procedure risolutive.
- Risolvere un problema con incognite di natura diversa.
- Usare il codice grafico per interpretare e produrre informazioni.
- Risolvere problemi geometrici per via sintetica o per via analitica.
- Riprodurre le dimostrazioni dei teoremi affrontati.

- Utilizzare consapevolmente le tecniche e le procedure analizzate per la soluzione di problemi.

## In termini di conoscenze:

### Primo quadrimestre

- Richiami sulle funzioni, funzioni continue, algebra dei limiti e delle funzioni continue
- Derivata di una funzione, teoremi sul calcolo delle derivate, differenziale di una funzione
- teoremi sulle funzioni derivabili massimi, minimi, flessi
- studio di funzioni
- problemi di massimo e minimo

### Secondo quadrimestre

- Integrali indefiniti, integrazioni immediate, per parti e per sostituzione Integrazione delle funzioni razionali fratte
- Integrali definiti, calcolo di aree e volumi Integrali impropri
- Elementi di analisi numerica
- Equazioni differenziali

## 2. Contenuti e tempi del percorso formativo

Gli argomenti in corsivo, alla data di redazione del presente allegato, non sono stati ancora svolti. Per conferma del loro effettivo svolgimento si rimanda ai programmi svolti firmati dagli studenti a fine anno scolastico.

### Primo quadrimestre

Richiami sulle funzioni algebriche e trascendenti e le loro proprietà.

Studio di funzione: dominio e codominio di funzioni, segno di funzioni, intersezioni con gli assi, Limiti delle funzioni e operazioni sui limiti. Primi teoremi sui limiti: di unicità, di permanenza del segno, del confronto. Limiti notevoli e loro applicazioni, infiniti e infinitesimi.

Le funzioni continue e i teoremi sulle funzioni continue: Weierstrass, dei valori intermedi, di esistenza degli zeri. Ricerca di asintoti orizzontali, obliqui e verticali. I punti di discontinuità di una funzione: discontinuità di prima, seconda e terza specie.

Le successioni numeriche; successioni limitate; il limite di una successione. Principio di induzione.

### Derivate

Definizione di retta tangente a una curva. Il rapporto incrementale: definizione e significato geometrico.

La definizione di derivata di una funzione in un punto e suo significato geometrico; la funzione derivata prima; la derivata sinistra e la derivata destra. Il calcolo della derivata con la definizione.

Definizione di funzione derivabile in un punto e in un intervallo.

Teorema su continuità e derivabilità (c.d.).

Calcolo delle derivate fondamentali: derivata di una costante (c.d.), derivata di  $f(x) = x$  (c.d.),

derivata di  $f(x) = x^\alpha$ , derivata di  $f(x) = \sqrt{x}$ , derivata di  $\sin x$  (c.d.) e  $\cos x$ , derivata di

$f(x) = \ln x$ , derivata di  $f(x) = \log_a x$ , derivata di  $f(x) = e^x$ ,  $f(x) = a^x$ .

Teoremi sulle operazioni con le derivate: derivata del prodotto tra una costante e una funzione (c.d.), derivata della somma di funzioni, derivata del prodotto di funzioni, derivata del reciproco di una funzione, derivata del quoziente di due funzioni, derivata di una funzione composta, derivata della funzione inversa. Derivate di ordine superiore al primo.

Retta tangente al grafico di una funzione. Punti stazionari. Retta normale al grafico di una funzione.

Punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi. Criterio di derivabilità.

Il differenziale di una funzione: definizione e sua interpretazione geometrica.

Le applicazioni della derivata alla fisica (la velocità, l'accelerazione, l'intensità di corrente).

### **Teoremi del calcolo differenziale**

Il teorema di Rolle (c.d.) e il suo significato geometrico

Il teorema di Lagrange (c.d.): suo significato geometrico e legame con il teorema di Rolle.

Le conseguenze del teorema di Rolle: la funzione con derivata nulla in un intervallo è costante (c.d.), funzioni con stessa derivata differiscono per una costante (c.d.), funzioni crescenti e decrescenti e derivata prima (c.d.).

Il teorema di Cauchy.

Il teorema di De L'Hospital e sua applicazione alle forme indeterminate.

### **Massimi, minimi e flessi**

I massimi e i minimi delle funzioni; definizione di massimo relativo e assoluto, definizione di minimo relativo e assoluto; condizione necessaria e condizione sufficiente per l'esistenza di un massimo o di un minimo relativo per le funzioni derivabili.

La concavità: definizione di concavità verso l'alto e verso il basso in un punto e in un intervallo.

I flessi delle funzioni: definizione di flesso e varie tipologie.

Il teorema di Fermat (c.d.)

Legame tra massimo/minimo relativo e derivata prima (c.d.).

### **Secondo quadrimestre**

La ricerca dei massimi, dei minimi e dei flessi orizzontali e verticali mediante lo studio della derivata prima.

Le derivate successive alla prima; la ricerca dei punti di flesso mediante lo studio del segno della derivata seconda. Legame tra il flesso e la derivata seconda.

I problemi di massimo e di minimo.

### **Studio delle funzioni**

Funzione pari, dispari, periodiche.

Lo studio di una funzione algebrica o trascendente e relativa rappresentazione grafica; dal grafico di una funzione alle sue caratteristiche, costruzione di grafici di una funzione a partire da condizioni assegnate.

Deduzione del grafico della derivata da quello di  $y = f(x)$ .

Deduzione delle proprietà di  $f'(x)$  dal grafico della sua derivata.

Grafici deducibili:  $1/f(x)$ ;  $e^{f(x)}$ ;  $\ln f(x)$ .

Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.

Teorema di unicità degli zeri basato sullo studio della derivata prima.

Teorema di unicità degli zeri basato sullo studio della derivata seconda.

Determinazione del numero di radici di un'equazione con metodo grafico e separazione delle radici.

Metodo di bisezione per la determinazione approssimata di uno zero.

Metodo delle tangenti per la determinazione approssimata di uno zero.

### **Integrali indefiniti**

Primitiva di una funzione: definizione. L'integrale indefinito: definizione e le sue proprietà di linearità.

Gli integrali indefiniti immediati.

Integrazione di  $x^\alpha$ ,  $\frac{1}{x}$ ,  $e^x$ ,  $a^x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $\frac{1}{\sin^2 x}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $\frac{1}{1+x^2}$ .

Integrazione delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta.

L'integrazione per sostituzione

L'integrazione per parti (c.d.).

L'integrazione di funzioni razionali fratte: il numeratore è la derivata del denominatore, il denominatore è di primo grado, il denominatore è di secondo grado (discriminante positivo, nullo, negativo) o di grado superiore al secondo.

### **Integrali definiti**

L'integrale definito secondo Riemann: il problema delle aree; integrale definito di una funzione continua e positiva o nulla; integrale definito di una funzione continua e di segno qualsiasi; definizione generale di integrale definito; le proprietà dell'integrale definito: additività rispetto

all'intervallo di integrazione, integrale della somma di funzioni, integrale del prodotto di una costante per una funzione, confronto tra gli integrali di due funzioni, integrale del valore assoluto di una funzione, integrale di una funzione costante.

Il teorema della media o del valor medio.

La funzione integrale.

Il teorema fondamentale del calcolo integrale. Il calcolo dell'integrale definito conoscendo una primitiva della funzione integranda (Formula di Leibniz- Newton) (c.d.).

Il calcolo delle aree di superfici piane: area compresa tra una curva e l'asse x; area compresa tra due curve; area compresa tra una curva e l'asse y.

Il calcolo dei volumi: i volumi dei solidi di rotazione ottenuti da rotazioni complete intorno all'asse x o intorno all'asse y. Metodo dei gusci cilindrici. Calcolo dei volumi di solidi di cui sono note le sezioni.

Gli integrali impropri: integrale improprio di una funzione con un numero finito di punti di discontinuità, integrale improprio di una funzione in un intervallo illimitato.

Le applicazioni degli integrali alla fisica (lo spazio e la velocità, il lavoro di una forza, la quantità di carica).

L'integrazione numerica: il metodo dei rettangoli e il metodo dei trapezi.

### **Equazioni differenziali**

*Le equazioni differenziali del primo ordine. Problema di Cauchy.*

*Le equazioni differenziali del tipo  $y' = f(x)$ .*

*Le equazioni differenziali a variabili separabili.*

*Le equazioni differenziali lineari del primo ordine.*

*Le equazioni differenziali del secondo ordine omogenee.*

*Ripasso di calcolo combinatorio e probabilità, geometria analitica nello spazio.*

### **3. Metodi di insegnamento**

Le lezioni sono state svolte in modo frontale ma soprattutto partecipato al fine di coinvolgere gli alunni e stimolarne le capacità intuitive e logiche, ponendo problemi e sollecitando interventi e discussioni per farli riflettere sui contenuti studiati.

Ho dedicato tempo a chiarire i dubbi e ad ascoltare osservazioni e interventi degli alunni in classe per permettere ai ragazzi di riflettere sui nuovi tipi di problemi e di sollevare immediatamente tutti i dubbi emersi nell'affrontare i nuovi concetti. Spesso ho lasciato che gli alunni si confrontassero fra loro per giungere ad una comprensione condivisa dell'argomento trattato. Sono stati svolti diversi esercizi e problemi, molto spesso corretti in classe al fine di dipanare le incertezze risolutive riscontrate. Ho richiesto l'utilizzo di un linguaggio preciso e rigoroso e l'acquisizione approfondita e critica dei contenuti.

Ho utilizzato il ripasso in vari momenti dell'anno per fissare meglio i contenuti appresi e per ricercare le analogie strutturali nei diversi contesti, soprattutto in prossimità delle verifiche.

### **4. Metodologie e spazi utilizzati**

Gli strumenti utilizzati sono stati il libro di testo, "*Manuale blu 2.0 di matematica*", terza edizione, vol. 4b e 5 di M.Bergamini, A.Trifone, G.Barozzi ed. Zanichelli, esercizi in classe e a casa, appunti e fotocopie da testi che trattavano alcuni argomenti in modo più chiaro per gli alunni.

Per alcuni argomenti è stato utilizzato il testo "*La matematica a colori*" di L. Sasso ed. Petrini Dea Scuola.

Gli allievi hanno usufruito dell'aula assegnata alla loro classe quando in presenza e della piattaforma Teams di Office 365, soprattutto a distanza ma non solo. L'uso, da parte del docente, della tavoletta grafica tramite app *Whiteboard*, ha consentito di poter rendere fruibili in modo efficace dagli alunni anche le lezioni svolte in modalità mista o a distanza, grazie anche alla condivisione su Teams delle lavagne realizzate durante la spiegazione o lo svolgimento di esercizi e problemi, consultabili quindi dagli alunni, successivamente alla lezione, in fase di studio.

## **5. Visite guidate, attività integrative curricolari ed extracurricolari**

Non sono state svolte, per matematica, visite guidate, attività integrative curricolari ed extracurricolari durante questo anno scolastico. Per le attività svolte negli anni precedenti, si consulti il documento nel paragrafo dedicato.

## **6. Interventi didattici educativi integrativi**

Il recupero è stato effettuato sia in itinere che in orario extracurricolare.

Nel corso del seguente anno scolastico è stato attivato un corso di recupero di sei ore, svolto da altro docente e finalizzato al superamento delle difficoltà incontrate da un gruppetto di alunni nella trattazione del programma del primo quadrimestre; il corso è stato svolto congiuntamente ad allievi delle altre quarte e quinte dell'indirizzo scientifico.

## **7. Criteri e strumenti di verifica adottati**

Le fasi di verifica e valutazione dell'apprendimento sono state strettamente correlate con le attività svolte e non si sono ridotte esclusivamente ad un controllo formale delle conoscenze mnemoniche. Hanno riguardato in modo equilibrato tutte le tematiche e si è tenuto conto degli obiettivi evidenziati nel programma.

Sono state effettuate prove di verifica scritte e orali al fine di accertare la conoscenza degli argomenti proposti, la comprensione e relativa rielaborazione personale e le abilità acquisite.

Le prove scritte sono state tre in ciascun quadrimestre, di carattere prevalentemente applicativo; sono state svolte con l'obiettivo di preparare gli alunni alla seconda prova d'esame.

In particolare, alla fine di maggio, il 27, è prevista l'effettuazione di una simulazione della seconda prova scritta (cfr. par.9).

Per l'orale sono state eseguite sia prove orali sia compiti scritti con domande teoriche, per un totale di almeno una valutazione a quadrimestre. Le interrogazioni individuali, finalizzate alla preparazione orale all'esame di Stato, hanno avuto l'obiettivo di valutare le capacità di ragionamento, le conoscenze acquisite e i progressi raggiunti nella chiarezza e proprietà di espressione.

Questi momenti di verifica hanno avuto il duplice scopo di permettere allo studente di rendersi conto dei propri livelli di apprendimento, delle capacità strumentali acquisite e di consentire all'insegnante di prendere atto dell'effettivo raggiungimento degli obiettivi prefissati.

La scala dei voti, in ogni prova effettuata, è stata quella dal 2 al 10.

Nella valutazione si è tenuto conto delle prove scritte, del lavoro svolto a casa, delle interrogazioni e degli interventi durante le ore di lezione; ovviamente per la valutazione finale determinanti sono stati i risultati ottenuti rispetto al livello individuale di partenza, l'impegno e la serietà dimostrati, la partecipazione al dialogo educativo, anche nei periodi di lezioni in modalità mista o completamente a distanza.

Per quanto riguarda i criteri di valutazione ci si è attenuti a quelli previsti e concordati sia nella riunione per materie sia dal Consiglio di Classe e approvati dal Collegio Docenti.

## **8. Obiettivi raggiunti**

La non attivazione del Piano di Integrazione degli Apprendimenti (PIA) richiesta dalla docente all'inizio della quarta per il recupero degli argomenti non svolti a causa dell'improvvisa situazione di DAD creatasi nel 2020, ha comportato il trascinarsi del ritardo nel conseguimento dei singoli obiettivi didattici previsti; in particolare alla fine della quarta ciò ha riguardato il calcolo dei limiti delle funzioni continue e le successioni numeriche, recuperato nel corso di quest'anno, mentre per l'anno in corso non è stato possibile svolgere l'ultimo argomento programmato ovvero le distribuzioni di probabilità. Nel corso dei tre anni, gli alunni si sono dimostrati, anche nei periodi a distanza, complessivamente molto disponibili al dialogo educativo e alle diverse attività proposte. È però indubbio che, rispetto a quanto sarebbe stato possibile fare in una situazione di regolare svolgimento delle lezioni e di frequenza in presenza, gli alunni hanno avuto meno opportunità di esercitare e consolidare le abilità di risoluzione di problemi di genere diverso dal tradizionale; il passaggio in DAD è avvenuto a metà della terza, ovvero nel periodo in cui, di solito, gli alunni cominciano ad ingranare con il nuovo e più formale approccio alla disciplina, imparando a formalizzare e modellizzare ovvero cominciando a costruire quell'impalcatura che li condurrà fino all'applicazione del calcolo differenziale nei più svariati contesti.

Alla luce di queste considerazioni, nonostante le difficoltà espresse, la maggior parte degli alunni ha

comunque sviluppato un metodo di studio soddisfacentemente efficace che, insieme al loro impegno e al lavoro svolto insieme in classe, ha consentito loro di raggiungere risultati mediamente buoni.

Gli obiettivi programmati sono stati pertanto sostanzialmente raggiunti dalla quasi totalità degli alunni, anche se in modo differenziato, in relazione anche all'impegno profuso, oltre che all'interesse specifico per la disciplina. Alcuni alunni hanno conseguito pienamente gli obiettivi previsti in relazione ai contenuti affrontati, grazie all'impegno costante oltre a doti personali, e hanno raggiunto buoni e anche ottimi risultati, con punte di eccellenza, con un grado molto buono di approfondimento e di consapevolezza. Ci sono poi alunni che hanno raggiunto gli obiettivi programmati, con un rendimento pienamente sufficiente o discreto, senza però approfondire gli argomenti, nonostante le discrete abilità espressive e logico-argomentative mostrate da alcuni di loro. Ci sono poi alcuni alunni che hanno raggiunto gli obiettivi minimi con un profitto sufficiente o al limite della sufficienza e, infine, un piccolissimo gruppo di alunni che ha invece mostrato un impegno discontinuo, di non avere maturato un metodo di studio efficace, faticando a mantenere il ritmo adeguato all'ultimo anno di corso e pertanto non raggiungendo pienamente gli obiettivi minimi previsti.

**9. Per le discipline oggetto di seconda prova scritta (Allegato B1 dell'O.M. n. 65 del 14 marzo 2022): informazioni relative alla predisposizione della prova d'Esame**

Come su anticipato, la simulazione della seconda prova scritta di matematica sarà effettuata il 27 maggio 2022 e avrà la durata di 6 ore. In conformità ai quadri di riferimento per la redazione della prova di cui al D.M. n°769 del 2018, la struttura della stessa prevederà lo svolgimento da parte del candidato di un problema e quattro quesiti da scegliere rispettivamente fra due e otto proposti. In considerazione della particolare situazione in cui la scuola si è trovata ad operare negli ultimi tre anni, la tipologia dei problemi e quesiti proposti, verterà sui nuclei fondanti della disciplina in accordo con quanto riportato nel decreto ministeriale n°. 769. La prova è finalizzata ad accertare l'acquisizione dei principali concetti e procedimenti della matematica di base con particolare rilievo alla comprensione e padronanza del metodo dimostrativo e alla capacità di argomentare applicando teoremi e procedure appropriati.

Firenze, 04 maggio 2022

Il Docente \_\_\_\_\_