

Allegato A al Documento del 15 maggio

Esami di Stato A.S. 2022/2023

CLASSE 5 E

INDIRIZZO Internazionale Scientifico

MATERIA DI INSEGNAMENTO: MATEMATICA

Docente: Stefania Miglio

ore di lezioni settimanali n° 6

1. Obiettivi specifici della disciplina

In termini di competenze:

- Conoscere ed utilizzare i termini relativi ai contenuti affrontati, cogliendo i caratteri distintivi dei vari linguaggi.
- Riuscire in maniera autonoma ad individuare la possibilità di ottimizzare i processi di calcolo.
- Conoscere la procedura per rappresentare graficamente una relazione algebrica.
- Comprendere il significato globale dell'analisi infinitesimale e delle sue applicazioni alla geometria ed alla fisica.
- Interpretare intuitivamente situazioni geometriche spaziali.
- Analizzare e strutturare un ragionamento utilizzando un linguaggio corretto e rigoroso.
- Esaminare criticamente e sistemare logicamente le conoscenze acquisite.
- Utilizzare metodi, strumenti e modelli matematici in situazioni diverse.
- Riconoscere analogie e differenze tra problemi di natura diversa.
- Usare il metodo scientifico con le operazioni logiche ad esso connesse.

In termini di abilità:

- Disegnare, in un piano cartesiano, il grafico di una funzione assegnata.
- Saper valutare i risultati delle procedure risolutive.
- Risolvere un problema con incognite di natura diversa.
- Usare il codice grafico per interpretare e produrre informazioni.
- Risolvere problemi geometrici per via sintetica o per via analitica.
- Riprodurre le dimostrazioni dei teoremi affrontati.
- Utilizzare consapevolmente le tecniche e le procedure analizzate per la soluzione di problemi.

In termini di conoscenze:

Primo quadrimestre

- Richiami sulle funzioni, funzioni continue, algebra dei limiti e delle funzioni continue
- Derivata di una funzione, teoremi sul calcolo delle derivate, differenziale di una funzione
- teoremi sulle funzioni derivabili massimi, minimi, flessi
- studio di funzioni
- problemi di massimo e minimo

Secondo quadrimestre

- Integrali indefiniti, integrazioni immediate, per parti e per sostituzione Integrazione delle funzioni razionali fratte
- Integrali definiti, calcolo di aree e volumi Integrali impropri
- Elementi di analisi numerica
- Equazioni differenziali

2. Contenuti e tempi del percorso formativo

Gli argomenti in corsivo, alla data di redazione del presente allegato, non sono stati ancora svolti. Per conferma del loro effettivo svolgimento si rimanda ai programmi svolti firmati dagli studenti a fine anno scolastico.

Primo quadrimestre

Ripasso:

Richiami sulle funzioni algebriche e trascendenti e le loro proprietà.

Studio di funzione: dominio e codominio di funzioni, segno di funzioni, intersezioni con gli assi, Limiti delle funzioni e operazioni sui limiti. Primi teoremi sui limiti: di unicità, di permanenza del segno, del confronto. Limiti notevoli e loro applicazioni, infiniti e infinitesimi.

Le funzioni continue e i teoremi sulle funzioni continue: Weierstrass, dei valori intermedi, di esistenza degli zeri. Ricerca di asintoti orizzontali, obliqui e verticali. I punti di discontinuità di una funzione: discontinuità di prima, seconda e terza specie.

Derivate

Definizione di retta tangente a una curva. Il rapporto incrementale: definizione e significato geometrico.

La definizione di derivata di una funzione in un punto e suo significato geometrico; la funzione derivata prima; la derivata sinistra e la derivata destra. Il calcolo della derivata con la definizione.

Definizione di funzione derivabile in un punto e in un intervallo.

Teorema su continuità e derivabilità (c.d.).

Calcolo delle derivate fondamentali: derivata di una costante (c.d.), derivata di $f(x) = x$ (c.d.),

derivata di $f(x) = x^a$, derivata di $f(x) = \sqrt{x}$, derivata di $\sin x$ (c.d.) e $\cos x$, derivata di $f(x) = \ln x$, derivata di $f(x) = \log_a x$, derivata di $f(x) = e^x$, $f(x) = a^x$.

Teoremi sulle operazioni con le derivate: derivata del prodotto tra una costante e una funzione (c.d.), derivata della somma di funzioni, derivata del prodotto di funzioni, derivata del reciproco di una funzione, derivata del quoziente di due funzioni, derivata di una funzione composta, derivata della funzione inversa. Derivate di ordine superiore al primo.

Retta tangente al grafico di una funzione. Punti stazionari. Retta normale al grafico di una funzione.

Punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi. Criterio di derivabilità.

Il differenziale di una funzione: definizione e sua interpretazione geometrica.

Le applicazioni della derivata alla fisica (la velocità, l'accelerazione, l'intensità di corrente).

Teoremi del calcolo differenziale

Il teorema di Rolle (c.d.) e il suo significato geometrico

Il teorema di Lagrange (c.d.): suo significato geometrico e legame con il teorema di Rolle.

Le conseguenze del teorema di Rolle: la funzione con derivata nulla in un intervallo è costante (c.d.), funzioni con stessa derivata differiscono per una costante (c.d.), funzioni crescenti e decrescenti e derivata prima (c.d.).

Il teorema di Cauchy.

Il teorema di De L'Hospital (c.d.) e sua applicazione alle forme indeterminate.

Massimi, minimi e flessi

I massimi e i minimi delle funzioni; definizione di massimo relativo e assoluto, definizione di minimo relativo e assoluto; condizione necessaria e condizione sufficiente per l'esistenza di un massimo o di un minimo relativo per le funzioni derivabili.

La concavità: definizione di concavità verso l'alto e verso il basso in un punto e in un intervallo.

I flessi delle funzioni: definizione di flesso e varie tipologie.

Il teorema di Fermat (c.d.)

Legame tra massimo/minimo relativo e derivata prima (c.d.).

La ricerca dei massimi, dei minimi e dei flessi orizzontali e verticali mediante lo studio della derivata prima.

Le derivate successive alla prima; la ricerca dei punti di flesso mediante lo studio del segno della derivata seconda. Legame tra il flesso e la derivata seconda.

I problemi di massimo e di minimo.

Studio delle funzioni

Funzione pari, dispari, periodiche.

Lo studio di una funzione algebrica o trascendente e relativa rappresentazione grafica; dal grafico di una funzione alle sue caratteristiche, costruzione di grafici di una funzione a partire da condizioni assegnate.

Deduzione del grafico della derivata da quello di $y = f(x)$.

Grafici deducibili: $1/f(x)$. Deduzione delle proprietà di $f(x)$ dal grafico della sua derivata. Dal grafico della funzione a quello della sua derivata.

Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.

Teorema di unicità degli zeri basato sullo studio della derivata prima.

Teorema di unicità degli zeri basato sullo studio della derivata seconda.

Determinazione del numero di radici di un'equazione con metodo grafico e separazione delle radici.

Metodo di bisezione per la determinazione approssimata di uno zero.

Metodo delle tangenti per la determinazione approssimata di uno zero.

Secondo quadrimestre

Integrali indefiniti

Primitiva di una funzione: definizione. L'integrale indefinito: definizione e le sue proprietà di linearità.

Gli integrali indefiniti immediati.

Integrazione di x^α , $\frac{1}{x}$, e^x , a^x , $\cos x$, $\sin x$, $\frac{1}{\cos^2 x}$, $\frac{1}{\sin^2 x}$, $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\frac{1}{1+x^2}$.

Integrazione delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta.

L'integrazione per sostituzione

L'integrazione per parti (c.d.).

L'integrazione di funzioni razionali fratte: il numeratore è la derivata del denominatore, il denominatore è di primo grado, il denominatore è di secondo grado (discriminante positivo, nullo, negativo) o di grado superiore al secondo.

Integrali definiti

L'integrale definito secondo Riemann: il problema delle aree; integrale definito di una funzione continua e positiva o nulla; integrale definito di una funzione continua e di segno qualsiasi; definizione generale di integrale definito; le proprietà dell'integrale definito: additività rispetto all'intervallo di integrazione, integrale della somma di funzioni, integrale del prodotto di una costante per una funzione, confronto tra gli integrali di due funzioni, integrale del valore assoluto di una funzione, integrale di una funzione costante.

Il teorema della media o del valor medio.

La funzione integrale.

Il teorema fondamentale del calcolo integrale. Il calcolo dell'integrale definito conoscendo una primitiva della funzione integranda (Formula di Leibniz- Newton) (c.d.).

Il calcolo delle aree di superfici piane: area compresa tra una curva e l'asse x; area compresa tra due curve; area compresa tra una curva e l'asse y.

Il calcolo dei volumi: i volumi dei solidi di rotazione ottenuti da rotazioni complete intorno all'asse x o intorno all'asse y. Metodo dei gusci cilindrici. Calcolo dei volumi di solidi di cui sono note le sezioni.

Gli integrali impropri: integrale improprio di una funzione con un numero finito di punti di discontinuità, integrale improprio di una funzione in un intervallo illimitato.

Le applicazioni degli integrali alla fisica (lo spazio e la velocità, il lavoro di una forza, la quantità di carica).

L'integrazione numerica: il metodo dei rettangoli e il metodo dei trapezi.

Equazioni differenziali

Le equazioni differenziali del primo ordine. Problema di Cauchy.

Le equazioni differenziali del tipo $y' = f(x)$.

Le equazioni differenziali a variabili separabili.

Le equazioni differenziali lineari del primo ordine.

Le equazioni differenziali del secondo ordine omogenee e non omogenee risolubili con il metodo della somiglianza.

Ripasso di calcolo combinatorio e probabilità, geometria analitica nello spazio.

3. Metodi di insegnamento

Le lezioni sono state svolte in modo frontale ma soprattutto partecipato al fine di coinvolgere gli alunni e stimolarne le capacità intuitive e logiche, ponendo problemi e sollecitando interventi e discussioni per farli riflettere sui contenuti studiati.

Ho dedicato tempo a chiarire i dubbi e ad ascoltare osservazioni e interventi degli alunni in classe per permettere ai ragazzi di riflettere sui nuovi tipi di problemi e di sollevare immediatamente tutti i dubbi emersi nell'affrontare i nuovi concetti. Spesso ho lasciato che gli alunni si confrontassero fra loro per giungere ad una comprensione condivisa dell'argomento trattato. Sono stati svolti diversi esercizi e problemi, molto spesso corretti in classe al fine di dipanare le incertezze risolutive riscontrate. Ho richiesto l'utilizzo di un linguaggio preciso e rigoroso e l'acquisizione approfondita e critica dei contenuti.

Ho utilizzato il ripasso in vari momenti dell'anno per fissare meglio i contenuti appresi e per ricercare le analogie strutturali nei diversi contesti, soprattutto in prossimità delle verifiche.

4. Metodologie e spazi utilizzati

Gli strumenti utilizzati sono stati il libro di testo, "Manuale blu 2.0 di matematica", terza edizione, vol. 4b e 5 di M.Bergamini, A.Trifone, G.Barozzi ed. Zanichelli, esercizi in classe e a casa, appunti e fotocopie da testi che trattavano alcuni argomenti in modo più chiaro per gli alunni.

Per alcuni argomenti è stato utilizzato il testo "La matematica a colori" di L. Sasso ed. Petrini Dea Scuola.

Gli allievi hanno usufruito dell'aula assegnata alla loro classe quando in presenza e della piattaforma Teams di Office 365 per la condivisione di materiale didattico. L'uso, da parte del docente, della tavoletta grafica tramite app *Whiteboard*, ha consentito, prima della installazione del monitor interattivo nell'aula destinata alla classe, la condivisione su Teams delle lavagne realizzate durante la spiegazione o lo svolgimento di esercizi e problemi, consultabili quindi dagli alunni, successivamente alla lezione, in fase di studio.

5. Visite guidate, attività integrative curriculari ed extracurriculari

Non sono state svolte, per matematica, visite guidate, attività integrative curriculari ed extracurriculari durante questo anno scolastico. Per le attività svolte negli anni precedenti, si consulti il documento nel paragrafo dedicato.

6. Interventi didattici educativi integrativi

Il recupero è stato effettuato sia in itinere che in orario extracurricolare.

Nel corso del seguente anno scolastico è stato attivato lo sportello didattico per gli alunni con gravi insufficienze; lo sportello era dedicato a tutto il triennio dell'indirizzo internazionale.

7. Criteri e strumenti di verifica adottati

Le fasi di verifica e valutazione dell'apprendimento sono state strettamente correlate con le attività svolte e non si sono ridotte esclusivamente ad un controllo formale delle conoscenze mnemoniche. Hanno riguardato in modo equilibrato tutte le tematiche e si è tenuto conto degli obiettivi evidenziati nel programma.

Sono state effettuate prove di verifica scritte e orali al fine di accertare la conoscenza degli argomenti proposti, la comprensione e relativa rielaborazione personale e le abilità acquisite.

Le prove scritte sono state tre in ciascun quadrimestre, di carattere prevalentemente applicativo; sono state svolte con l'obiettivo di preparare gli alunni alla seconda prova d'esame.

In particolare, alla fine di maggio, il 27, è prevista l'effettuazione di una simulazione della seconda prova scritta in comune con l'altra classe quinta dello stesso indirizzo di studi (5 F).

Per l'orale sono state eseguite sia prove orali sia compiti scritti con domande teoriche, per un totale di almeno una valutazione a quadrimestre. Le interrogazioni individuali, finalizzate alla preparazione orale all'esame di Stato, hanno avuto l'obiettivo di valutare le capacità di ragionamento, le conoscenze acquisite e i progressi raggiunti nella chiarezza e proprietà di espressione.

Questi momenti di verifica hanno avuto il duplice scopo di permettere allo studente di rendersi conto dei propri livelli di apprendimento, delle capacità strumentali acquisite e di consentire all'insegnante di prendere atto dell'effettivo raggiungimento degli obiettivi prefissati.

La scala dei voti, in ogni prova effettuata, è stata quella dal 3 al 10.

Nella valutazione si è tenuto conto delle prove scritte, del lavoro svolto a casa, delle interrogazioni e degli interventi durante le ore di lezione; ovviamente per la valutazione finale determinanti sono stati i risultati ottenuti rispetto al livello individuale di partenza, l'impegno e la serietà dimostrati, la partecipazione al dialogo educativo.

Per quanto riguarda i criteri di valutazione ci si è attenuti a quelli previsti e concordati sia nella riunione per materie sia dal Consiglio di Classe e approvati dal Collegio Docenti.

8. Obiettivi raggiunti

Conosco la classe da tre anni, sebbene per la disciplina in oggetto sia subentrata solo quest'anno alla collega che li ha seguiti dalla terza. Gli alunni si sono dimostrati complessivamente molto disponibili al dialogo educativo e alle diverse attività proposte. La maggior parte degli alunni ha sviluppato un metodo di studio soddisfacentemente efficace che, insieme al loro impegno e al lavoro svolto insieme in classe, ha consentito loro di raggiungere risultati mediamente buoni.

Gli obiettivi programmati sono stati pertanto sostanzialmente raggiunti dalla quasi totalità degli alunni, anche se in modo differenziato, in relazione anche all'impegno profuso, oltre che all'interesse specifico per la disciplina. Alcuni alunni hanno conseguito pienamente gli obiettivi previsti in relazione ai contenuti affrontati, grazie all'impegno costante, all'interesse verso la disciplina oltre a doti personali, e hanno raggiunto buoni e anche ottimi risultati, con punte di eccellenza, con un grado molto buono di approfondimento e di consapevolezza. Ci sono poi alunni che hanno raggiunto gli obiettivi programmati, con un rendimento pienamente sufficiente o discreto, senza però approfondire gli argomenti, nonostante le discrete abilità espressive e logico-argomentative mostrate da alcuni di loro. Solo pochissimi alunni hanno raggiunto gli obiettivi minimi con un profitto sufficiente o al limite della sufficienza o che, a causa di un impegno discontinuo e di un metodo di studio non efficace, hanno faticato invece a mantenere il ritmo adeguato all'ultimo anno di corso e pertanto non hanno raggiunto pienamente gli obiettivi minimi previsti.