



Anno scolastico 2020/21  
Liceo Internazionale Scientifico  
CLASSE VE  
Professoressa Mencacci Edi

## **PROGRAMMA DI MATEMATICA**

### **RIPASSO**

Richiami sulle funzioni algebriche e trascendenti e le loro proprietà.

Studio di funzione: dominio e codominio di funzioni, segno di funzioni, intersezioni con gli assi, ricerca di asintoti orizzontali, obliqui e verticali.

Limiti delle funzioni e operazioni sui limiti; limiti notevoli e loro applicazioni, infiniti e infinitesimi.

Le funzioni continue e i teoremi sulle funzioni continue. I punti di discontinuità di una funzione: discontinuità di prima, seconda e terza specie.

Goniometria: ripasso generale (il periodo delle funzioni goniometriche, i grafici delle funzioni goniometriche e le trasformazioni geometriche, la risoluzione algebrica e grafica di equazioni e disequazioni goniometriche, sistemi parametrici goniometrici, studio di funzioni goniometriche).

Trigonometria: ripasso generale dei teoremi fondamentali, discussione di sistemi parametrici misti con seno e coseno di un angolo, di primo grado o riconducibili al primo grado, di secondo grado risolvibile con il metodo della parabola, problemi geometrici).

Trasformazioni geometriche: definizione ed equazioni. I punti uniti e le figure unite. La composizione di trasformazioni. Le isometrie: definizioni e proprietà. La traslazione, la simmetria assiale rispetto a rette parallele agli assi coordinati e rispetto a rette oblique; la simmetria centrale, la rotazione; la composizione di isometrie. L'omotetia: il prodotto di un vettore per un numero reale, omotetia con centro nell'origine degli assi, ingrandimenti e riduzioni, la similitudine. Le affinità; le dilatazioni.

Le coniche: circonferenza, ellisse, parabola, iperbole: caratterizzazione come luoghi geometrici ed equazioni. Fasci di coniche.

Geometria euclidea nel piano.

Geometria euclidea nello spazio. I poliedri. I solidi di rotazione. Le aree e i volumi di solidi notevoli. L'estensione e l'equivalenza dei solidi.

Le coordinate cartesiane nello spazio. Il piano, la retta. Alcune superfici notevoli: le curve, la superficie sferica, la superficie cilindrica, la superficie conica, altre superfici quadriche notevoli (ellissoide, iperboloide ad una e a due falde, paraboloidi ellittico e iperbolico).

Distanza tra due punti nello spazio; punto medio di un segmento. Vettori nello spazio: vettori paralleli e perpendicolari.

Equazione di un piano nello spazio; equazione di un piano di dato vettore normale e passante per un punto. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra piani.

Equazioni parametriche ed equazioni cartesiane di una retta; retta individuata da due piani. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra retta e piano e loro posizione reciproca. Distanza di un punto da una retta o da un piano.

Calcolo combinatorio: disposizioni semplici e con ripetizione, permutazioni semplici e con ripetizione, combinazioni semplici e con ripetizione. I coefficienti binomiali e le loro proprietà.

Il calcolo delle probabilità: concezione classica, concezione statistica e soggettiva. Impostazione assiomatica della probabilità. Probabilità della somma logica di eventi. La probabilità condizionata. Probabilità del prodotto logico di eventi. Il problema delle prove ripetute e schema di Bernoulli. Il teorema di Bayes.

Le successioni numeriche; successioni limitate; il limite di una successione.

Le progressioni aritmetiche e geometriche: definizione, somma dei primi  $n$  termini di una progressione, limite di una progressione.

Le serie numeriche: definizione, serie convergenti, divergenti, indeterminate. La serie geometrica. Le serie telescopiche.

Statistica. Frequenze assolute, relative, cumulate; gli indici di posizione centrale e gli indici di variabilità: campo di variazione, scarto quadratico medio, varianza, coefficiente di variazione; la distribuzione gaussiana.

## **VOLUME 5**

**“c.d.” significa “con dimostrazione”**

### **Capitolo 25: Derivate**

Definizione di retta tangente a una curva. Il rapporto incrementale: definizione e significato geometrico.

La definizione di derivata di una funzione in un punto e suo significato geometrico; la funzione derivata prima; la derivata sinistra e la derivata destra. Il calcolo della derivata con la definizione.

Definizione di funzione derivabile in un punto e in un intervallo.

Teorema su continuità e derivabilità (c.d.).

Calcolo delle derivate fondamentali: derivata di una costante (c.d.), derivata di  $f(x) = x$  (c.d.), derivata di  $f(x) = x^\alpha$  (c.d.), derivata di  $f(x) = \sqrt{x}$  (c.d.), derivata di  $\sin x$  (c.d.) e  $\cos x$  (c.d.), derivata di  $f(x) = \ln x$  (c.d.), derivata di  $f(x) = \log_a x$  (c.d.), derivata di  $f(x) = e^x$  (c.d.),  $f(x) = a^x$  (c.d.).

Teoremi sulle operazioni con le derivate: derivata del prodotto tra una costante e una funzione (c.d.), derivata della somma di funzioni (c.d.), derivata del prodotto di funzioni (c.d.), derivata del reciproco di una funzione (c.d.), derivata del quoziente di due funzioni (c.d.), derivata di una funzione composta (c.d.), derivata di  $f(x)^{g(x)}$  (c.d.), derivata della funzione inversa, calcolo delle derivate di  $f(x) = \arcsin x$  (c.d.), derivata di  $f(x) = \arccos x$  (c.d.), derivata di  $f(x) = \arctan x$  (c.d.), derivata di  $f(x) = \operatorname{arccot} x$  (c.d.).

Derivate di ordine superiore al primo.

Retta tangente al grafico di una funzione. Punti stazionari. Retta normale al grafico di una funzione.

Punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi, punti a tangente verticale. Criterio di derivabilità.

Il differenziale di una funzione: definizione e sua interpretazione geometrica.  
Le applicazioni della derivata alla fisica (la velocità, l'accelerazione, l'intensità di corrente).

## **Capitolo 26: Teoremi del calcolo differenziale**

Il teorema di Rolle (c.d.) e il suo significato geometrico

Il teorema di Lagrange (c.d.): suo significato geometrico e legame con il teorema di Rolle.

Le conseguenze del teorema di Lagrange: la funzione con derivata nulla in un intervallo è costante (c.d.), funzioni con stessa derivata differiscono per una costante (c.d.), funzioni crescenti e decrescenti e derivata prima (c.d.).

Il teorema di Cauchy (c.d.): suo significato geometrico e legame con il teorema di Lagrange.

Il teorema di De L'Hospital (c.d.) e sua applicazione alle forme indeterminate.

## **Capitolo 27: Massimi, minimi e flessi**

I massimi e i minimi delle funzioni; definizione di massimo relativo e assoluto, definizione di minimo relativo e assoluto, teorema di Weierstrass; condizione necessaria e condizione sufficiente per l'esistenza di un massimo o di un minimo relativo per le funzioni derivabili.

La concavità: definizione di concavità verso l'alto e verso il basso in un punto e in un intervallo.

I flessi delle funzioni: definizione di flesso e varie tipologie.

Il teorema di Fermat (c.d.)

Legame tra massimo/minimo relativo e derivata prima (c.d.).

La ricerca dei massimi, dei minimi e dei flessi orizzontali e verticali mediante lo studio della derivata prima.

Le derivate successive alla prima; la ricerca dei punti di flesso mediante lo studio del segno della derivata seconda, condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di un flesso a tangente orizzontale o obliqua. Legame tra il flesso e la derivata seconda.

La ricerca dei massimi, dei minimi e dei flessi con il metodo delle derivate successive.

Problemi di ottimizzazione.

## **Capitolo 28: Studio delle funzioni**

Funzione pari, dispari, periodiche.

Lo studio di una funzione algebrica o trascendente e relativa rappresentazione grafica; dal grafico di una funzione alle sue caratteristiche, costruzione di grafici di una funzione a partire da condizioni assegnate.

Deduzione del grafico della derivata da quello di  $y = f(x)$ .

Deduzione delle proprietà di  $f(x)$  dal grafico della sua derivata.

Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.

Risoluzione di equazioni parametriche attraverso lo studio di funzione.

Teorema di esistenza degli zeri.

Teorema di unicità degli zeri basato sullo studio della derivata prima.

Teorema di unicità degli zeri basato sullo studio della derivata seconda.

Determinazione del numero di radici di un'equazione con metodo grafico e separazione delle radici.

Metodo di bisezione per la determinazione approssimata di uno zero.

Metodo delle tangenti per la determinazione approssimata di uno zero.

## Capitolo 29: Integrali indefiniti

Primitiva di una funzione: definizione. L'integrale indefinito: definizione e le sue proprietà di linearità.

Gli integrali indefiniti immediati.

Integrazione di  $x^\alpha, \frac{1}{x}, e^x, a^x, \cos x, \sin x, \frac{1}{\cos^2 x}, \frac{1}{\sin^2 x}, \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \frac{1}{1+x^2}$ .

Integrazione delle funzioni la cui primitiva è una funzione composta.

L'integrazione per sostituzione

L'integrazione per parti (c.d.).

L'integrazione di funzioni razionali fratte: il numeratore è la derivata del denominatore, il denominatore è di primo grado, il denominatore è di secondo grado (discriminante positivo, nullo, negativo), il denominatore è di grado superiore al secondo.

## Capitolo 30: Integrali definiti

L'integrale definito: il problema delle aree; integrale definito di una funzione continua e positiva o nulla; integrale definito di una funzione continua e di segno qualsiasi; definizione generale di integrale definito; le proprietà dell'integrale definito: additività rispetto all'intervallo di integrazione, integrale della somma di funzioni, integrale del prodotto di una costante per una funzione, confronto tra gli integrali di due funzioni, integrale del valore assoluto di una funzione, integrale di una funzione costante.

Il teorema della media o del valor medio (c.d.).

La funzione integrale.

Il teorema fondamentale del calcolo integrale (c.d.). Il calcolo dell'integrale definito conoscendo una primitiva della funzione integranda (c.d.).

Il calcolo delle aree di superfici piane: area compresa tra una curva e l'asse x; area compresa tra due curve; area compresa tra una curva e l'asse y.

Il calcolo dei volumi: i volumi dei solidi di rotazione ottenuti da rotazioni complete intorno all'asse x o intorno all'asse y. Metodo dei gusci cilindrici. Calcolo dei volumi di solidi di cui sono note le sezioni.

La lunghezza di un arco di curva piana.

Gli integrali impropri: integrale improprio di una funzione con un numero finito di punti di discontinuità, integrale improprio di una funzione in un intervallo illimitato.

Le applicazioni degli integrali alla fisica (lo spazio, la velocità e l'accelerazione, il lavoro di una forza, la quantità di carica).

L'integrazione numerica: il metodo dei rettangoli e il metodo dei trapezi.

## Capitolo 31: Equazioni differenziali

Le equazioni differenziali del primo ordine. Problema di Cauchy.

Le equazioni differenziali del tipo  $y' = f(x)$ .

Le equazioni differenziali a variabili separabili.

Le equazioni differenziali lineari del primo ordine (metodo di Lagrange).

Le equazioni differenziali del secondo ordine omogenee e complete.

## Capitolo $\sigma$ : Distribuzioni di probabilità

Le variabili casuali discrete e le distribuzioni di probabilità; la funzione di ripartizione. Operazioni sulle variabili casuali: operazioni tra una variabile e delle costanti; somma di due variabili, quadrato di una variabile.

I valori caratterizzanti una variabile casuale discreta: il valore medio, la varianza e la deviazione standard. Alcune proprietà del valore medio e della varianza.

La distribuzione uniforme discreta. La distribuzione binomiale o di Bernoulli. La distribuzione di Poisson.

Le variabili casuali standardizzate.

Le variabili casuali continue: funzione densità di probabilità, funzione di ripartizione, valore medio, varianza e deviazione standard. La distribuzione uniforme continua. La distribuzione normale o gaussiana; tavole di Sheppard.

### **N.B. c.d. significa con dimostrazione**

Gli argomenti presentati alla classe dalle studentesse sono stati i seguenti:

- Insiemi numerici  $N, Z, Q, I, R$ : costruzione
- Ordinalità e cardinalità di un insieme e numeri transfiniti, numeri algebrici e trascendenti
- Numero  $e$
- Numero  $\pi$
- Numero aureo  $\phi$  e spirale logaritmica e archimedeica
- Elementi di logica matematica: operazioni logiche (disgiunzione inclusiva ed esclusiva, congiunzione, negazione), connettivi e tavole di verità. Proposizioni logiche e insiemi, operazioni tra proposizioni e tra insiemi, quantificatore universale e esistenziale
- Assiomi, enti primitivi, teoremi, dimostrazioni; cenno ai paradossi
- Costruzioni con riga e compasso e problemi classici dell'antichità: duplicazione del cubo, trisezione dell'angolo, quadratura del cerchio
- Geometrie non euclidee (iperbolica e ellittica)
- Frattali
- Curve matematiche: cissoide, cicloide, conoide, cardioide, versiera di Agnesi
- Principio di induzione (con esempi di esercizi)
- Strutture algebriche (semigrupp, monoide, gruppo, anello, campo e strutture isomorfe)
- Introduzione alla ricerca operativa e programmazione lineare.

Libro di testo adottato: “*Manuale blu 2.0 di matematica*” (vol 5 terza edizione)  
di M.Bergamini, G.Barozzi, A.Trifone ed.Zanichelli

Le alunne/i

L'insegnante

Firenze, 1 giugno 2021