

Gli insiemi numerici. Numeri naturali e loro operazioni, concetto di operazione interna; multipli e divisori di un numero; definizione di potenza di un numero naturale con esponente naturale, proprietà delle potenze; m.c.m. e M.C.D. fra numeri naturali, numeri primi e scomposizione in fattori primi; algoritmo di Euclide, MCD con sottrazione e divisioni successive. Sistemi di numerazione, base dieci e base due. I numeri interi relativi, operazioni fra interi, potenze di numeri interi. I numeri razionali, frazioni equivalenti, proprietà invariante, semplificazione di frazioni e confronto fra frazioni; operazioni fra numeri razionali e loro proprietà; potenze con esponente intero di numeri razionali e loro proprietà; numeri decimali finiti e frazioni, numeri decimali periodici e frazioni generatrici, numeri reali; le frazioni e le proporzioni, le percentuali. Espressioni numeriche.

Insiemi e logica. Insiemi, generalità, rappresentazione di un insieme (mediante diagramma di Eulero-Venn, mediante elencazione, mediante proprietà caratteristica), sottoinsiemi, intersezione e unione di insiemi, differenza di due insiemi, insieme complementare, prodotto cartesiano. Le proposizioni logiche, connettivi logici e espressioni, tavole di verità. La negazione "non" e la congiunzione "e", la disgiunzione inclusiva "vel" e quella esclusiva "aut"; l'implicazione materiale e la doppia implicazione; le espressioni logiche, l'equivalenza di espressioni logiche, tautologie e contraddizioni; la logica e gli insiemi: insiemi di verità, connettivi logici e insiemi; quantificatori (esistenziale e universale).

Funzioni. Le funzioni, definizione, generalità; funzioni iniettive, suriettive e biunivoche, funzioni numeriche e funzioni reali di variabile reale, dominio naturale, funzione inversa; piano cartesiano e grafico di una funzione, analisi di un grafico. Funzioni di proporzionalità diretta e inversa, lineare, di proporzionalità quadratica. Le funzioni definite a tratti, funzione valore assoluto. Funzioni goniometriche, misura degli angoli in gradi sessagesimali e in radianti, angoli orientati e circonferenza goniometrica; funzioni seno, coseno e tangente, definizioni, proprietà e grafici; funzioni goniometriche e risoluzione di triangoli rettangoli.

Monomi e polinomi. Definizione di monomio, grado di un monomio, monomi simili, operazioni fra monomi, m.c.m. e M.C.D. fra monomi. Definizione di polinomio, polinomi in forma normale e grado di un polinomio; addizione, sottrazione e moltiplicazione di polinomi. Prodotti notevoli: somma per differenza, quadrato di binomio, cubo di un binomio, quadrato di un trinomio. Le funzioni polinomiali. La divisione fra un polinomio e un monomio; la divisione esatta e con resto fra due polinomi, il grado del polinomio quoziente e del polinomio resto; la regola di Ruffini, il teorema del resto e il teorema di Ruffini; divisione fra polinomi a coefficienti letterali, caso del divisore $cx-b$ con la regola di Ruffini. Due casi particolari: somma e differenza di due cubi.

Scomposizione di polinomi in fattori. Raccoglimento a fattore comune, raccoglimento parziale, scomposizione tramite prodotti notevoli, differenza e somma di cubi, scomposizione di particolari trinomi di secondo grado, scomposizione tramite regola e teorema di Ruffini; il m.c.m. e M.C.D. fra polinomi.

Le frazioni algebriche. Definizione, condizioni di esistenza, semplificazione di frazioni algebriche, addizione e sottrazione, moltiplicazione e divisione, potenza. Espressioni contenenti frazioni algebriche.

Equazioni. Equazioni, generalità, equazioni determinate, indeterminate, impossibili, forma normale e grado di un'equazione; equazioni equivalenti, primo principio di equivalenza e applicazioni, secondo principio di equivalenza e applicazioni; risoluzione di equazioni numeriche intere; risoluzione di problemi con le equazioni e controllo delle soluzioni.

Geometria euclidea. Concetti introduttivi della geometria euclidea, enti fondamentali, definizioni, punto medio e bisettrice. Angoli opposti al vertice, teorema degli angoli opposti al vertice (con dimostrazione). Generalità sui triangoli, classificazione dei triangoli rispetto ai lati, criteri di congruenza, proprietà dei triangoli isosceli, teorema del triangolo isoscele (con dimostrazione) e inverso; teorema dell'angolo esterno (maggiore), classificazione dei triangoli rispetto agli angoli, relazione fra lato maggiore e angolo maggiore e fra i lati di un triangolo. Rette perpendicolari (teorema di esistenza e unicità), distanza di un punto da una retta e asse di un segmento; rette parallele, rette tagliate da una trasversale e angoli interni, esterni, alterni, coniugati e corrispondenti; teorema delle rette parallele e inverso; quinto postulato di Euclide. Teorema dell'angolo esterno (somma) per i triangoli (con dimostrazione), teorema della somma degli angoli interni di un triangolo (con dimostrazione) e di un poligono convesso (con dimostrazione).

Per ciascun argomento sono stati svolti numerosi esercizi e problemi, tratti dal libro di testo.

Firenze, 28/5/2021

Il docente, prof. Federico Basile